



**FASE EFECTIVA**

¿Qué es la probabilidad? ¿para qué sirve? ¿cómo se proyecta?

Lectura: vida cotidiana **“LOS DADOS Y EL AZAR”**

Resolver el taller presentado con sus conocimientos.

La solución del taller se presentará en una semana, para que corrija y compare con las soluciones que presentó usted.

**1. La invención de los dados ha sido atribuida a una buena parte de culturas, entre ellas la griega, china, egipcia, esquimal, aztecas, mayas, incas, indios en Norteamérica, en la Polinesia, y hasta en las tumbas egipcias, dos mil años a. C.**

**Antes de ser considerados artefactos de juego fueron empleados como utensilios mágicos para adivinar el futuro, como lo hicieron algunos adivinos de finales del siglo XIII para predecir el resultado de las batallas.**

**Hoy en día, su uso es representativo en gran variedad de los juegos de azar, los más usados son los dados de seis caras. Hay dos clases de dados:**

- Los dados usados en los casinos, que son generalmente fabricados en nitrato de celulosa, un material fuerte de excelente calidad.
- Los dados trucados o cargados, que se usan con el propósito de favorecer un resultado en particular, lo cual se logra con una superficie ligeramente mayor que las demás o con un peso inclinado hacia uno de los vértices. Tales dados son fabricados para el engaño.

El juego de dados es un juego de azar, en el cual las posibilidades de ganar o perder no dependen de la habilidad del jugador sino exclusivamente del azar, asumiendo que los dados no son trucados.

A continuación, se describe un juego en el cual intervienen 3 jugadores, los cuales participarán en una carrera de 12 caballos.

Las reglas son las siguientes:

- Cada jugador debe seleccionar 3 de los 11 caballos, teniendo en cuenta el número correspondiente a cada uno.
- Cada jugador tendrá un turno de lanzar dos dados de seis caras numerados del 1 al 6. Si al sumar los dos resultados de las caras, el número correspondiente a uno de sus caballos, el caballo avanzará una casilla.
- El ganador del juego es aquel que logre llegar primero a la meta con alguno de sus caballos.

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
M			E			T				A

¿Cuál es el caballo que tiene mayor opción de ganar?

– **Definición de los parámetros de estudio.**

Responder.

1. Qué objetivo tiene el juego?. Los estudiantes después de practicar el juego puede concluir y buscar respuestas basadas en la experiencia.
2. ¿Que tipo de variable es la del conjunto de resultados? Cuantitativa

– **Organización de la información.**

3. Registraren una hoja los datos que obtuvieron en el juego.
4. Elaborar una tabla de frecuencias para la variable como vimos en estadísticas con los datos del punto 3 registra o cuenta cuantos resultados de los mismos obtuviste en el transcurso del juego.
5. ¿cuál de los métodos es más efectivo para presentar la información?. Lo haremos a través de un histograma (lo hacen como un diagrama de barras pero los rectángulos van seguidos sin espacio entre ellos).
6. Elaborar el diagrama correspondiente al histograma. (para cada estudiante es diferente porque los resultados del juego no son exactamente iguales).
7. Elaborar el diagrama circular. En estadística habíamos recordado como hacer el diagrama circular).

– **Determinación de conclusiones.**

8. ¿Cuál de los caballos tiene mayor opción de ganar?, ¿Por qué?.
9. ¿Cuál de los caballos tiene menor opción de ganar?, el caballo 2 y 12. ¿por qué?, justifica.
10. Escribir dos conclusiones a partir de la caracterización hecha a la variable. Revisa tu cuadro de frecuencias, histograma y diagrama circular y saca.

– **Toma de decisiones**

11. Si tienes que elegir 4 caballos de los 12, ¿por cuáles se inclinaría? ¿por qué?, caballo 5, 6, 7, 8. Porque son los que más opciones tienen, verifícalo completando las opciones del punto 8.
12. Si tuviera que elegir 2 de los 4 que elegiste y 2 de los restantes, ¿por cuáles se inclinaría? ¿por qué? Elegiría las que estén más cerca de 7 por arriba o por abajo.

**Proyecto**

El casino “La Fortuna” desea caracterizar un juego en el cual se lanzan 3 dados. Se sabe que cada competidor debe anotar 9 números del 1 al 20, en un tablero de la siguiente forma e ir tachando los números que haya colocado en su tablero, al sumar los resultados provenientes de un lanzamiento.

Ya que el casino tiene el objetivo de ofrecer diversión a sus clientes y determinar la lista de premios, necesita saber cuáles son los resultados más opcionados en el juego, por eso debe realizar un estudio.

▪ **Definir los parámetros del estudio.**

Tenga en cuenta que la muestra sea representativa.

▪ **Organizar la información.**

Elija uno de los métodos trabajados y presente, en forma organizada, los datos.

▪ **Determinar las conclusiones.**

Escriba tres conclusiones que se puedan plantear teniendo en cuenta el proceso realizado.

▪ **Tomar decisiones.**

Suponga que después de realizar el estudio, la decisión sobre cuáles son los números más opcionados es su responsabilidad.

*Escriba un informe en donde se explique el resultado.*



**FASE COGNITIVA**

**ELEMENTOS DE PROBABILIDAD**

**1. Experimento aleatorio. Es una acción o ensayo en el cual no se puede afirmar el resultado final hasta ejecutarlo, sin embargo, se puede construir los posibles resultados finales antes de ejecutar el experimento, debe tener principio de incertidumbre.**

Ejemplo, son experimentos aleatorios.

- Lanzar un dado de seis caras, resultados posibles 1, 2, 3, 4, 5,6.
- Lanzar una moneda: cara – sello.
- Alcanzar una nota en un examen (1,2) (2,3), (3,4), (4,5).
- Al finalizar el año: ganar – perder.

No son experimentos aleatorios:

- Julián, único candidato inscrito para elección de personero.
- Resolver una ecuación matemática y elegir la respuesta entre cuatro opciones. La respuesta siempre va a ser la misma para todos.

**2. Espacio muestral. Es el conjunto formado por todos los resultados posibles, se considera el conjunto universal de todo el experimento y se representa con S.**

**3. Eventos. Es un subconjunto dentro del espacio muestral, por lo tanto, está formado por los elementos del mismo que tienen una característica definida. Los eventos se notan con letras mayúsculas por ser conjuntos.**

Ejemplo: lanzar un dado, es experimento aleatorio.

$S = \{1, 2, 3, 4, 5,6\}$  Espacio muestral

- A. evento que consiste en sacar un número par.  
 $A = \{2,4, 6\}$
- B evento que consiste en sacar un 7.  
 $B = \{ \}$  conjunto vacío porque no es posible.
- C evento que consiste en sacar un 3  
 $C = \{3\}$
- D Evento que consiste en sacar un número menor de 7.  
 $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

**4. Clases de eventos.**

- \* Evento vacío o evento imposible. Cuando el evento dado no puede suceder. Evento 13 del ejemplo anterior se representa con  $\{ \}$  o con  $\phi$ .
- \* Evento aleatorio o simple. Cuando el evento tiene un solo elemento que lo representa. Evento C del ejemplo anterior.
- \* Evento seguro o universal. Ocurre cuando el evento es igual al espacio muestral. Evento D del ejemplo anterior.

**EJEMLOS:**

Para aclaración mirar si el posible el video "# probabilidades matemovil" Experimento aleatorio, espacio muestral evento o suceso.

**PROBABILIDAD SIMPLE**

En una medida de incertidumbre que aporta elementos a la hora de tomar una decisión. Para calcular la probabilidad debe existir un experimento aleatorio y un espacio muestral correspondiente.

La probabilidad de ocurrencia de un evento A, se denota por:

$P(A) = \frac{\#(A)}{\#(S)}$  → cardinal de A (número de elementos del evento A)  
 $\#(S)$  → cardinal de S ( número de elementos del espacio muestral)

**5. La probabilidad de cualquier evento no puede ser negativa ni mayor a 1.**

$0 \leq p(A) \leq 1$  (≤ menor o igual).

**6. Dado un experimento aleatorio, la probabilidad de ocurrencia de un nuevo evento E, notada P(E) es:**

$P(E) = \frac{\#(E)}{\#(S)}$

Donde,  $\#(S)$  es el número de elementos del espacio muestral y  $\#(E)$  es el número de elementos del evento E.

Ejemplos:

1. ¿cuál es la probabilidad de que, al lanzar dos dados, la suma de los puntos de las caras superiores sea menor que 5?

Solución:

Para determinar el espacio muestral se debe tener en cuenta que, en este caso, no importa el orden, pues la suma es una operación conmutativa. Sin embargo, hay repetición puesto que los dados pueden caer en el mismo número.

El espacio muestral es:

$S = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,4), (4,5), (4,6), (5,5), (5,6), (6,6)\}$

Luego,  $\#(S) = 21$ .

Sea A, el evento formado por todas las parejas en las cuales la suma es menor que 5, entonces  $A = \{(1,1), (1,2), (1,3), (2,2)\}$ . Luego,  $\#(A) = 4$ .

Finalmente se tiene que  $p(A) = \frac{\#(A)}{\#(S)} = \frac{4}{21} = 0,19$

En conclusión, la probabilidad de que, al lanzar dos dados, la suma de los puntos de las caras superiores sea menor que 5, es de 0,19.

Se desea conformar un comité de tres personas, para tal fin se tienen cinco candidatos, dos hombres y tres mujeres. ¿cuál es la probabilidad de que el comité esté formado por dos hombres y una mujer?

Solución:

Se tiene cinco personas para seleccionar tres, la selección de cada miembro del comité no implica orden, ya que los tres pertenecerán al comité sin distinción de cargos; además, una persona no puede hacer el papel de dos miembros, por lo tanto, no hay repetición en la muestra. Luego,

$\#(S) = \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix} = 10$

Sea B, el evento que consiste en que el comité esté formado por dos hombres y una mujer. Luego el tamaño del evento será

$\#(B) = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} = 3$

La probabilidad de B es  $P(B) = \frac{3}{10} = 0,3$

**7. Determinar el espacio muestral para cada uno de los siguientes experimentos aleatorios.**

1. Carlos, Martín, Juliana y Luisa compiten en una prueba de ciclismo en la cual habrá premios para los dos corredores que crucen primero la línea de meta.
2. Dos equipos de béisbol jugarán la serie final, que consta de tres partidos.



3. Una moneda se lanza al aire hasta que salga cara.

**SOLUCIÓN**

1. El espacio muestral es:  
 $S = \{(C, M), (MC), (C, J), (J, C), (C,L), (L,C), (M,J), (J,M), (M,L), (L,M), (J,L), (L,J)\}$

Dónde, C: Carlos, M: Martín, J: Juliana, L: Luisa. La pareja (C,M) significa que Carlos ganó el primer puesto y María el segundo.

2. Sean A: equipo 1 y B: equipo2. El espacio muestral es:  
 $S = \{AAA, AAB, ABA, BAA, ABB, BAB, BBB\}$

El elemento ABA significa que el equipo A ganó el primer juego, el equipo B ganó el segundo y el equipo A ganó el tercero.

3. El espacio muestral de este experimento es:  
 $S = \{C, SC, SSC, SSSC, SSSSC, SSSSSC, \dots\}$

Este espacio muestral es infinito.

**8. El gerente de un almacén de ropa debe programar a dos personas para trabajar el siguiente fin de semana. Cuenta con cuatro empleados: Martha, Carolina, Elías y Natalia. Si decide organizar una rifa para escoger los nombres de los empleados que deben trabajar el fin de semana.**

- Encontrar el espacio muestral de este experimento
- Encontrar los elementos del evento que consiste en que solamente una mujer trabaje durante el fin de semana.
- Encontrar los elementos del evento que consiste en que al menos una mujer trabaje durante el fin de semana.
- Encontrar los elementos del evento que consiste en que las dos personas que trabajen durante el fin de semana sean mujeres.
- Encontrar los elementos del evento que consiste en que dos hombres cubran el turno del fin de semana.

**SOLUCION**

- El espacio muestral está formado por todas las posibles parejas que se pueden conformar, así:  
 $S = \{(M, C), (M, E), (M, N), (C, E), (C, N), (N, E)\}$   
 En donde, M: Martha, C: Carolina, E: Elías, N: Natalia.
- Sea A el evento que consiste en que una de las dos personas seleccionadas sea mujer. El evento es:  
 $A = \{(M, E), (C, E), (E, N)\}$
- Sea B el evento que consiste en que una persona o las dos personas que trabajen sean mujeres. Luego:  
 $B = S$ , pues en todos los casos del espacio está incluida una mujer.
- Sea C el evento en el cual las dos personas seleccionadas sean mujeres. Luego:  
 $S = \{(M, C), (M, N), (C, N)\}$
- Ya que solo hay un hombre disponible, el evento que consiste en seleccionar dos hombres es vacío. Así que este es un evento imposible, pues no es posible seleccionar dos hombres de un grupo donde solo hay uno.

**FASE EXPRESIVA**

práctica N° 4, hallarle la probabilidad simple.

En una hoja aparte del cuaderno de talleres anota todas las preguntas y dudas que tengas sobre el taller.

- De la siguiente lista determinar cuáles experimentos pueden ser considerados como experimentos aleatorios y cuales no, justificar la respuesta.

- Se selecciona un estudiante que represente al curso en el consejo estudiantil.

- Se quiere obtener el resultado de la multiplicación  $5 \cdot n$ , para un dígito n.
- Se reparten tres cartas de una baraja de 40 cartas.
- Se selecciona un comité de tres personas entre tres candidatos posibles.
- Se lanza una moneda y un dado.

- Se quiere diseñar un programa en el lenguaje de programación "Fortran", de tal forma que para las letras A, B, C y D, el programa imprima dos letras distintas.

- Encontrar el espacio muestral del experimento.
- Sea A, el evento en el que hay por lo menos una vocal de las dos letras impresas. Enumerar los elementos de A.
- Sea C el evento donde alguna de las letras impresas es una vocal. Comparar los eventos A y C y obtener una conclusión con respecto a ellos.
- Sea  $B = \{BC, CB, BD, DB, CD, DC\}$ , enunciar el evento B de acuerdo con el contexto del experimento.

- Se desea seleccionar un comité de tres personas entre un grupo de candidatos formado por tres mujeres, María, Carolina, y Josefina, y dos hombres, Andrés y Guillermo.

- Encontrar el espacio muestral del experimento.
- Enumerar los elementos del evento en el que hay por lo menos una mujer en el comité.
- Enumerar los elementos del evento en el que hay exactamente dos hombres en el comité.
- Enumerar los elementos del evento en el que hay por lo menos dos hombres en el comité.
- Enumerar los elementos del evento en el que hay por lo menos una mujer y un hombre en el comité.

**1. Definición de los parámetros del estudio.**

Responder:

- ¿Qué objetivo tiene el juego?
- ¿Qué tipo de variable es la del conjunto de resultado?

**2. Organización de la información.**

- Registrar los resultados provenientes del lanzamiento de los dados en un juego.
- Elaborar una tabla de distribución de frecuencia para la variable.
- ¿Cuál de los métodos para presentar la información es más efectivo en ese caso? ¿porqué?
- Elaborar el histograma correspondiente a la tabla de frecuencias.
- Elaborar el diagrama circular correspondiente a la tabla de frecuencias.

▪ **Determinación de conclusiones.**

- ¿Cuál de los caballos tiene mayor opción de ganar? ¿Porqué?
- ¿Cuál de los caballos tiene menor opción de ganar? ¿Porqué?
- Escribir dos conclusiones a partir de la caracterización hecha a la variable.

▪ **Toma de decisiones**

- Si tienen que elegir 4 caballos de los 12. ¿Por cuáles se inclinaría? ¿por qué?
- Situviera que elegir 2 de los 4 que eligió y 2 de los 8 restantes. ¿Por cuáles se inclinaría? ¿Por qué?

Desarrolla el taller práctica N° 4. Además a cada evento del taller practica 4, hallarle la probabilidad simple.

Con una hoja aparte del cuaderno de talleres anota todas las preguntas y dudas que tengas sobre el taller.

**DESARROLLO DE ACTIVIDADES**



- \* **Actividad 1, Fase afectiva los dados y el azar.**
- \* **Actividad 2. Taller práctica 4 de la fase expresiva.**

1. Son experimentos aleatorios a, c, d, e porque tiene principio de incertidumbre, tiene varias opciones de suceder, b no es experimento aleatorio porque no importa cuántas veces repito la operación el resultado siempre es el mismo, no hay incertidumbre, no hay azar.
2. a-  $S = \{(AB), (AC), (AD), (BC), (BD), (CD), (BA), (CA), (DA), (CB), (DB), (DC)\}$ .  
b-  $A = \{(AB), (AC), (AD), (BA), (CA), (DA)\}$   
c-  $C = \{(AB), (AC), (AD), (BA), (CA), (DA)\}$   
d- sea B el evento donde no hay ninguna vocal.
3. a. Si  $M \rightarrow$  maría                      Andrés  $\rightarrow$  A  
           $C \rightarrow$  Carolina                      Guillermo  $\rightarrow$  G  
           $J \rightarrow$  Josefina

Si cada comité tiene tres personas y no se puede repetir una persona (ilógico).

$S = \{MCJ, MCA, MCG, MJA, MJG, MAG, CJA, CJG, JAG, CAG\}$  espacio muestral.

Observa que en el comité o hay orden  $MCJ = CMJ = JCM = JMC = MJC$ , tampoco hay repetición. En quien sea elegido de primero o de último.

b. La palabra, por lo menos es como un límite inferior de ahí hacia arriba, por lo menos una mujer significa que en el comité de tres pueden haber 1, 2 o 3 mujeres.

$B = \{MCJ, MCA, MCG, MJA, MJG, MAG, CJA, CJG, JAG, CAG\}$

El conjunto  $S=B$  porque como solo hay dos hombres entonces por lo menos en cada comité habrá una mujer.

- c.  $C = \{MAG, CAG, JAC\}$  exactamente dos hombres.
- d.  $D = \{MAG, CAG, JAG\}$  por lo menos dos o tres hombres.  
 $C = D$ , pero no en todos los casos
- e.  $E = \{MCA, MCG, MJA, MJG, MAG, CJA, CJG, JAG, CAG\}$ .

Hay una mujer y un hombre por lo menos o sea puede haber dos mujeres y un hombre o dos hombres y una mujer.

Los demás puntos del taller se desarrollarán en el grado siguiente.